

Serie 01

Exercice 01.

$m_1 \rightarrow T_1 = 67^\circ$; $m_2 \rightarrow T_2 = 27^\circ$
kg kg $c_p = 4188$

1) valeur massique de l'eau

$c_p = 4188 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ / $c_p = 2744 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

2) la température d'équilibre T_e en fonction de m_1, m_2, T_1, T_2

$Q_1 = m_1 c_p \Delta T = m_1 c_p (T_e - T_1)$

$Q_2 = m_2 c_p \Delta T = m_2 c_p (T_e - T_2)$

$Q_1 = Q_2 = Q_e = 0$

$\Rightarrow Q_1 = -Q_2$

$\Rightarrow -m_1 c_p (T_e - T_1) = m_2 c_p (T_e - T_2)$

$\Rightarrow -m_1 T_e + m_1 T_1 = m_2 T_e - m_2 T_2$

$\Rightarrow T_e (m_1 + m_2) = m_1 T_1 + m_2 T_2$

$\Rightarrow T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$

A.N. = $T_e = 31^\circ\text{C}$

3) la masse d'eau peut-on mélanger à la masse m_1 pour obtenir $T_e = 60^\circ$?

de a)

$m_2 = \frac{-m_1 (T_e - T_1)}{T_e - T_2} = m_1 \frac{(T_1 - T_e)}{T_e - T_2}$

$= \frac{10 (67 - 60)}{60 - 27} = 2,12 \text{g}$

Exercice 02:

Partie A:

1) Travail d'un gaz parfait $W(T_0)$

$dW = -P dV = -\frac{RT_0}{V} dV$

$\Rightarrow W = \int -RT_0 \frac{1}{V} dV$

$= -RT_0 \int \frac{dV}{V}$

méthode 1:

$W = -RT_0 \left[\ln(V) \right]_{V_1}^{V_2}$

$= -RT_0 \left(\ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right)$

$= -RT_0 \ln \left(\frac{1}{2} \right)$

$W = RT_0 \ln 2$

méthode 2:

gaz parfait:

$PV = nRT = RT$

$d(PV) = 0$

$P dV + V dP = 0$

$P dV = -V dP$

$\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{P}$

$$\Leftrightarrow W = RT_0 \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{P}$$

$$= RT_0 [\ln P]_{P_2}^{P_1}$$

$$W = RT_0 \ln 2$$

2) Progression du travail en fonction
 gaz de Van Der Waals : $(P + \frac{a}{V^2})(V-b)$
 $= RT$

$W(V_1, V_2)$

$$(P + \frac{a}{V^2})(V-b) = RT_0$$

$$\Rightarrow P + \frac{a}{V^2} = \frac{RT_0}{V-b}$$

$$P = \frac{RT_0}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

$$dW = -P dV = \left(-\frac{RT_0}{V-b} + \frac{a}{V^2} \right) dV$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \left(-\frac{RT_0}{V-b} + \frac{a}{V^2} \right) dV$$

$$= -RT_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V-b} dV + a \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^2} dV$$

$$= -RT_0 \left[\ln(V-b) \right]_{V_1}^{V_2} + a \left[-\frac{1}{V} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$W = -RT_0 \ln \left(\frac{V_2-b}{V_1-b} \right) - a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

Pantie B:

3) Détente réversible $W(R,T)$

$$dW = -P dV \quad \delta W = -P dV$$

$$= -\frac{RT}{V} dV$$

$$W = -RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV \rightarrow -\frac{dP}{P}$$

$$= RT \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P}$$

$$= RT [\ln P]_{P_1}^{P_2}$$

$$= RT \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = RT \ln \left(\frac{3}{10} \right)$$

$$W = -1.2 RT$$

ii) la pression passe brutalement
 de P_1 à P_2

$$P_{\text{ext}} = P_2$$

$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV$$

$$= -P_2 dV$$

$$\Rightarrow W = -\int_{V_1}^{V_2} P_2 dV$$

$$= -P_2 [V]_{V_1}^{V_2}$$

$$= -P_2 (V_2 - V_1)$$

Tel : 05 22 30 97 90 / 05 22 30 79 34 / 05 22 54 34 44 / 05 22 31 23 52 - Fax : 05 22 31 1

(P.T)
$$\begin{cases} P_1 V_1 = RT \\ P_2 V_2 = RT \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{RT}{P_1} \\ V_2 = \frac{RT}{P_2} \end{cases}$$

(1)
$$W = -P_2 \left(\frac{RT}{P_2} - \frac{RT}{P_1} \right)$$

$$= -RT \left(1 - \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$W = -0,7 RT$$

$$pV = RT = \text{cte}$$

$$d(pV) = 0$$

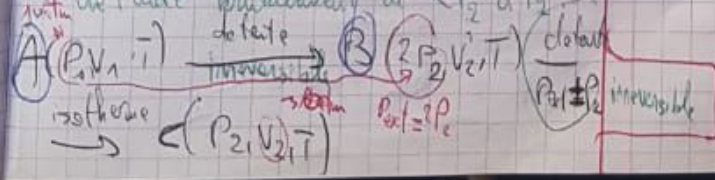
$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\rightarrow p dV + V dp = 0$$

$$p dV = -V dp$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p}$$

5) La pression passe brutalement de P_1 à P_2 on laisse l'équilibre setablir, puis on de tande brutalement de $2P_2$ à P_2



$$W_3 = W_3' + W_3''$$

$$W_3' = -\int_{V_1}^{V_2} P_{ext} dV = -\int_{V_1}^{V_2} 2P_2 dV = -2P_2 (V_2 - V_1)$$
 etat A) $P_1 V_1 = RT$
 etat B) $2P_2 V_2 = RT \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{RT}{P_1} \\ V_2 = \frac{RT}{2P_2} \end{cases}$

$$\Rightarrow W_3' = -2P_2 \left[\frac{RT}{2P_2} - \frac{RT}{P_1} \right]$$

$$= -2RT \left[\frac{1}{2} - \frac{P_1}{P_2} \right]$$

$$W_3' = 0,6 RT$$

$$W_3'' = \int_{V_2}^{V_2} P_2 dV = -P_2 [V_2 - V_2]$$
 etat C: $P_2 V_2 = RT \Rightarrow V_2 = \frac{RT}{P_2}$

$$W_3'' = -P_2 \left[\frac{RT}{P_2} - \frac{RT}{2P_2} \right]$$

$$W_3'' = -RT \left[1 - \frac{1}{2} \right] = -0,5 RT$$

$$\Rightarrow W = -0,5 + 0,6 = -0,9 RT$$

6) Comparer |W| dans les trois cas et conclure:

0. a. a.
- a) Détente réversible $\rightarrow W_1 = -1.2RT$
 - b) Détente isotherme, réversible $(P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow W_2 = -1.2RT$
 - c) Détente isotherme, irréversible $(P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3) \rightarrow W_3 = -0.9RT$

on a $|W_1| > |W_2| > |W_3|$

Conclusion: Le gaz fournit le plus de travail à un milieu extérieur lors d'une transformation réversible que celle purement irréversible.

Exercice 3:

Un gaz parfait passe d'un état initial (P_1, V_1, T_1) à un état final (P_2, V_2, T_2) suivant une transformation adiabatique.

1) Quel est le type de transformation adiabatique:

l'échange de chaleur est nul entre le système et le milieu extérieur.

2) Dériver la loi de Laplace, et condenser toutes les relations qui lient les paramètres (P, V, T) :

Si on considère les variables (P, V)

$$\delta Q = C_V T \frac{dP}{P} + C_P T \frac{dV}{V} = 0$$

$$\int \frac{dP}{P} + \gamma \int \frac{dV}{V} = 0$$

$$\Rightarrow \ln(P) + \gamma \ln(V) = \text{cte} \quad \text{Loi de Laplace}$$

$$\Rightarrow \ln(P) + \ln(V^\gamma) = \text{cte}$$

$$PV^\gamma = e^{\text{cte}} = C_1$$

$$PV^\gamma = \text{cte} = C_1$$

$$\text{et/ } P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = C_1$$

A(B) \rightarrow B(E)

$$\otimes PV = nRT$$

$$\Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$V = \frac{nRT}{P}$$

On remplace P dans (1)

$$PV^\gamma = C_1 \Rightarrow \frac{nRT}{V} V^\gamma = C_1$$

$$TV^{\gamma-1} = \frac{C_1}{nR} = C_2$$

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = C_2$$

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} = C_2$$

On remplace V dans (1)

$$P \left(\frac{nRT}{P} \right)^\gamma = C_2$$

$$\Rightarrow \frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}} = \frac{C_2}{(nR)^\gamma}$$

$$\Rightarrow T P^{1-\gamma} = C_3$$

$$T P^{1-\gamma} = C_3$$

$$T_1 P_1^{1-\gamma} = T_2 P_2^{1-\gamma} = C_3$$

Le gaz est comprimé et passe de la pression P_1 à $P_2 = 2P_1$. Calcule le travail échangé par le gaz et le milieu extérieur en fonction de P_1, V_1 et $\gamma \rightarrow \frac{C_P}{C_V} > 1$

(sur un diagramme (P, V))
 A (P_1, V_1, T_1) $\xrightarrow[\text{adiabatique}]{\text{compression}}$ B ($P_2 = 2P_1, V_2, T_2$)

d'après l'équation: $PV^\gamma = \text{cte} = C$

on a: $\delta W = -P dV$

donc: $\delta W = -C V^{-\gamma} dV$

$$\Rightarrow W = -\int C V^{-\gamma} dV$$

$$= -C \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV$$

$$= -C \left[\frac{1}{-\gamma+1} V^{1-\gamma} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$= \frac{C}{\gamma-1} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})$$

$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = C$

donc: $W = \frac{1}{\gamma-1} (P_2 V_2^{1/\gamma} - P_1 V_1^{1/\gamma})$

$$W = \frac{1}{\gamma-1} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

on a: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = 2P_1 V_2^\gamma$

$$\Rightarrow V_1^\gamma = 2V_2^\gamma$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} = 2^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{(2)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{\gamma - 1} \left(2P_0 \frac{V_1}{2^{\frac{\gamma}{2}}} - P_0 V_1 \right)$$

$$W = \frac{P_0 V_1}{\gamma - 1} \left(2^{\frac{\gamma-1}{2}} - 1 \right)$$

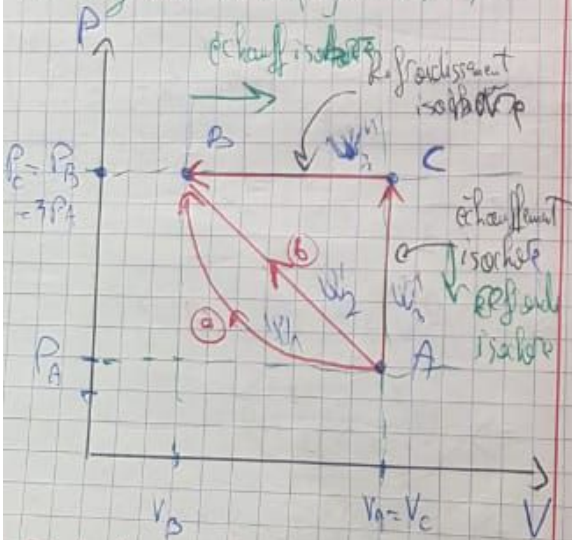
A.N.: $W = 1841.7 \text{ J}$

Exercice 2

A (P_A, V_A, T_A) $\xrightarrow[\text{3 connus.}]{\text{Transformation réversible}}$ B ($P_B = 3P_A, V_B$)
 $T_B = T_A$

- a) chemin A₁B: isotherme
- b) chemin A₂B: représentée par une droite en diagramme de Clapeyron (P, V)
- c) chemin A₃B: composé d'une isochore puis isochore.

1) Représenter les 3 chemins dans le diagramme de Clapeyron (P, V):



- échauffement isochore (V_2 cst) (a)
- refroidissement isochore (P_2 cst) (b)
- compression isotherme ($T = \text{cst}$) (c)

V (cst) \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} P \uparrow \text{ échauf} \\ P \downarrow \text{ refroid} \end{array} \right.$

$V \downarrow$ refroid
 $V \uparrow$ échauf

e) Calculer dans chaque cas les travaux mis en jeu en fonction de T_A et faire une conclusion: $W = f(T_A)$

a) Trans. isotherme: $T = T_A = T_B$
 $W_1 = - \int_{V_A}^{V_B} P dV$

et $\left\{ \begin{array}{l} PV = nRT_A \rightarrow P = \frac{nRT_A}{V} \\ n = 2 \text{ moles} \end{array} \right.$
 $\Rightarrow W_1 = - \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_A}{V} dV = -2RT_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$
 $= -2RT_A \ln \left(\frac{1}{3} \right)$

et: $\left\{ \begin{array}{l} V_A P_A = 2RT_A \\ 3P_A V_B = 2RT_A = P_A V_A \end{array} \right.$
 $\Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow W_1 = -2RT_A \ln \left(\frac{1}{3} \right)$$

$W_1 = 2RT_A \ln 3$, A.N.:

$W_1 = 1841.7 \text{ J}$

b) charge reliant de P et V

$$W_2 = - \int_{V_A}^{V_B} P_{ext} dV$$

$$= - \int (aV + b) dV$$

Etat A: $P_A = aV_A + b$ (1)

Etat B: $P_B = aV_B + b$ (2)

$$(2) - (1) \Rightarrow a = \frac{P_B - P_A}{V_B - V_A}$$

$$= \frac{3P_A - P_A}{-\frac{2}{3}V_A}$$

$$= -\frac{6P_A}{2V_A} = -3 \frac{P_A}{V_A}$$

On remplace dans (1)

$$P_A = -3 \frac{P_A}{V_A} V_A + b \Rightarrow b = 4P_A$$

donc: $W_2 = - \int_{V_A}^{V_B} \left(-\frac{3P_A}{V_A} V + 4P_A \right) dV$

$$= \int_{V_A}^{V_B} \left(\frac{3P_A}{V_A} V dV - 4P_A dV \right)$$

$$= \frac{3P_A}{V_A} \int_{V_A}^{V_B} V dV - 4P_A (V_B - V_A)$$

$$= \frac{3P_A}{V_A} \left(\frac{V_B^2}{2} - \frac{V_A^2}{2} \right) - 4P_A (V_B - V_A)$$

$$= \frac{3P_A}{V_A} \left(\frac{V_A^2}{2} - \frac{V_A^2}{2} \right) + 4P_A \left(\frac{2}{3} V_A \right)$$

$P(V)$
comme d'habitude

$$= -\frac{4}{3} P_A V_A + \frac{8}{3} P_A V_A$$

$$W_2 = \frac{4}{3} P_A V_A = \frac{8}{3} P_A V_A = \frac{8}{3} RT_A$$

($P_A V_A = 2RT_A$)
($4P_A V_A$)

c) Transformation isochore, puis isobare.

$$W_3 = W_3' + W_3''$$

isochore

pour $V = \text{cste}$: $W_3' = - \int_{V_A}^{V_B} P_{ext} dV = 0$

isobare $P = \text{cste}$

donc $W_3'' = - \int P dV = -P \int_{V_A}^{V_B} dV$

$$W_3'' = -3P_A (V_B - V_A) \quad (P_{ext} = 3P_A)$$

$$V_B = \frac{V_A}{3} \Rightarrow W_3'' = -3P_A \left(-\frac{2}{3} V_A \right)$$

(use)

$$= 2P_A V_A = 2RT_A \quad (P_A V_A = 2RT_A)$$

$$\Rightarrow W_3'' = W_3 = 2RT_A$$

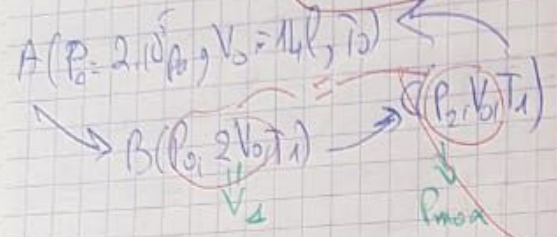
Conclusion:

$$W_1 \neq W_2 \neq W_3$$

Le travail dépend du chemin suivi

\rightarrow W n'est pas une fonction d'état

Exercice 01: Anale



A → B : détente isobare $P = \text{cte}$
 B → C : compression isotherme $T = \text{cte}$
 C → A : refroidissement isochore $V = \text{cte}$

1) A quelle température s'effectue la compression isotherme?
 En déduire la pression maximale atteinte.

+ T_1 :

$$2P_0V_0 = RT_1 \rightarrow T_1 = \frac{2P_0V_0}{R}$$

$$P_0V_0 = RT_0 \quad \text{et} \quad [A]$$

$$T_1 = \frac{2RT_0}{R} = 2T_0 = T_1$$

$$T_1 = \frac{2 \times 2 \times 10^5 \times 16 \times 10^{-3}}{8,314} = 673 \text{ K}$$

$$T_0 = \frac{T_1}{2} = 336,5 \text{ K}$$

$$\frac{2P_0V_0}{P_0V_0} = \frac{RT_1}{RT_0} = 2 \frac{T_1}{T_0}$$

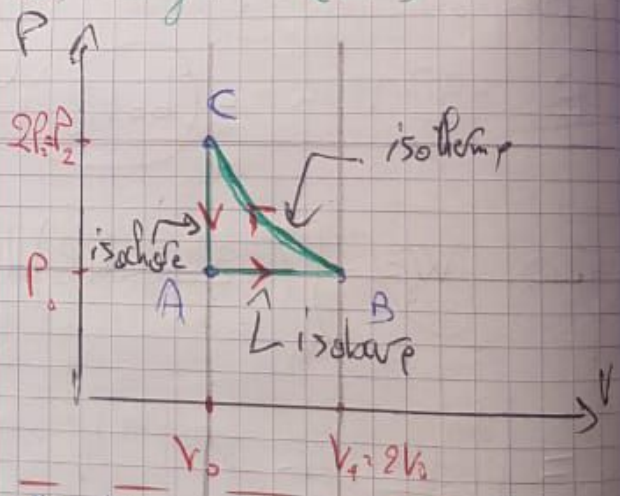
+ Pression max :
 Lors du refroidissement isochore, la pression diminue, et donc la pression maximale est celle atteinte à la fin de la compression isotherme (P_2)
 isotherme $\Rightarrow PV = \text{cte}$

$$\Rightarrow P_2V_0 = 2P_0V_0$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{2P_0V_0}{V_0} = 2P_0$$

$$P_2 = 2P_0 = 2 \times 2 \times 10^5 = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

2) Représente le cycle de transformations dans le diagramme (P, V) :



$V_A = V_0$	$P_A = P_B = P_0$
$V_B = 2V_0$	$P_C = 2P_0$
$V_C = V_0$	$T_A = T_0$
	$T_B = T_1$
	$T_C = T_1$

3) Calculer les travaux et transferts thermiques échangés par le système au cours du cycle, soient W_1, W_2, W_3 , Q_1, Q_2, Q_3 en fonction de P_0, V_0 , $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$

* $W_1 = W_{A \rightarrow B}$ / AB = isobare
 $\rightarrow P = \text{cste} = P_0$
 $\rightarrow dV = 0$

$$\delta W_1 = -P dV \Rightarrow W_1 = -P_0 \int_{V_0}^{2V_0} dV$$

$$= -P_0 (2V_0 - V_0) = -P_0 V_0$$

$$W_1 = -P_0 V_0 = -2 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3} = -200 \text{ J}$$

* $W_2 = W_{B \rightarrow C}$ / BC = Isotherme
 $\rightarrow T = \text{cste}$
 $\rightarrow PV = \text{cste}$

$$P = \frac{RT_1}{V}$$

$$\delta W_2 = -P dV \Rightarrow W_2 = -RT_1 \int_{V_A}^{V_C} \frac{dV}{V}$$

$$W_2 = -2RT_0 \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) \quad T_1 = 2T_0$$

$$= -2RT_0 \ln\left(\frac{V_0}{2V_0}\right) = 2RT_0 \ln 2$$

$$W_2 = 2RT_0 \ln 2 = 2 \times 2 \times 10^5 \times 1.4 \times 10^{-3} \times 0.693$$

$$= 3881 \text{ J}$$

* $W_3 = W_{C \rightarrow A}$ / CA = isochore
 $V = \text{cste} \Rightarrow dV = 0$

$$W_3 = -P dV = 0 \text{ J}$$

* $Q_1 = Q_{A \rightarrow B}$ / AB isobare
 $(dP = 0)$

$$\delta Q_1 = C_p dT - V dP$$

$$\delta Q_1 = C_p dT \Rightarrow Q_1 = C_p \int_{T_0}^{2T_0} dT$$

$$= C_p (2T_0 - T_0)$$

$$Q_1 = C_p T_0 \quad / \text{on cherche } C_p$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ et } C_p - C_v = R$$

$$C_v = \frac{C_p}{\gamma} \Rightarrow C_p - \frac{C_p}{\gamma} = R$$

$$\Rightarrow C_p = \frac{R}{1 - \frac{1}{\gamma}} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

$$\text{donc } Q_1 = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_0 = \frac{\gamma P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

$$Q_1 = \frac{\gamma P_0 V_0}{\gamma - 1} = 9799 \text{ J}$$

* $Q_2 = Q_{B \rightarrow C}$ / isotherme
 $\rightarrow P = \text{cste}$

$$\delta Q_2 = C_v dT + P dV = -\delta W_2$$

$$\Rightarrow Q_2 = -W_2 = -3881 \text{ J}$$

$\otimes P_3: P_2 \rightarrow A$ / isochore / $V = \text{cte}$

$$SP_3 = C_V dT + P dV \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow Q_3 = C_V \int_{T_c}^{T_A} dT = C_V (T_A - T_c)$$

$$T_A = T_0 \quad / \quad T_c = T_1 = 2T_0$$

$$Q_3 = C_V (T_0 - 2T_0) = -C_V T_0$$

ou avec C_V :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} \text{ et } C_p - C_V = R$$

$$C_p = \gamma C_V \Rightarrow \gamma C_V - C_V = R$$

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$\Rightarrow Q_3 = -\frac{R T_0}{\gamma - 1} = -\frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

$$Q_3 = -7000 \text{ J}$$

2) Vérifier que $\Delta U = 0$ par cycle:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = -2800 - 3881 + 0 = -1081 \text{ J}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 9799 - 3881 - 7000 = -1082 \text{ J}$$

1^{er} loi de thermodynamique:

$$\Delta U = Q + W \approx 0$$

donc le principe est vérifié:

Il est une fonction d'état, dU est différentielle totale exacte

donc que ΔU pour un cycle doit être nul